高等数学(二)

本大纲适用于经济学、管理学以及职业教育类、生物科学类、地理科学类、环境科学类、心理学类、药学类(除中药学类外)六个一级学科的考生.

总　要　求

本大纲内容包括"高等数学"及"概率论初步". 考生应按本大纲的要求了解或理解"高等数学"中极限和连续、一元函数微分学、一元函数积分学和多元函数微分学的基本概念与基本理论;了解或理解"概率论"中古典概型、离散型随机变量及其数字特征的基本概念与基本理论;学会、掌握与熟练掌握上述各部分的基本方法. 应注意各部分知识的结构及知识的内在联系;应具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力;能运用基本概念、基本理论和基本方法正确地判断和证明,准确地计算;能综合运用所学知识分析并解决简单的实际问题.

本大纲对内容的要求由低到高,对概念和理论分为"了解"和"理解"两个层次;对方法和运算分为"会"、"掌握"和"熟练掌握"三个层次.

复习考试内容

一、极限和连续

(一) 极限

1. 知识范围

(1) 数列极限的概念和性质

数列　数列极限的定义

唯一性　有界性　四则运算法则　夹逼定理　单调有界数列极限存在定理

（2）函数极限的概念和性质

函数在一点处极限的定义　左、右极限及其与极限的关系　x 趋于无穷（$x\to\infty$，$x\to+\infty$，$x\to-\infty$）时函数的极限　函数极限的几何意义

唯一性　四则运算法则　夹逼定理

（3）无穷小量与无穷大量

无穷小量与无穷大量的定义　无穷小量与无穷大量的关系　无穷小量的性质　无穷小量的比较

（4）两个重要极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$$

2．要求

（1）了解极限的概念（对极限定义中“$\varepsilon-N$”、“$\varepsilon-\delta$”、“$\varepsilon-M$”的描述不作要求）．掌握函数在一点处的左极限与右极限以及函数在一点处极限存在的充分必要条件．

（2）了解极限的有关性质，掌握极限的四则运算法则．

（3）理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的性质、无穷小量与无穷大量的关系．会进行无穷小量的比较（高阶、低阶、同阶和等价）．会运用等价无穷小量代换求极限．

（4）熟练掌握用两个重要极限求极限的方法．

（二）连续

1．知识范围

（1）函数连续的概念

函数在一点处连续的定义　左连续和右连续　函数在一点处连续的充分必要条件　函数的间断点

（2）函数在一点处连续的性质

连续函数的四则运算　复合函数的连续性

（3）闭区间上连续函数的性质

有界性定理　最大值与最小值定理　介值定理(包括零点定理)

(4) 初等函数的连续性

2. 要求

(1) 理解函数在一点处连续与间断的概念,理解函数在一点处连续与极限存在之间的关系,掌握函数(含分段函数)在一点处的连续性的判断方法.

(2) 会求函数的间断点.

(3) 掌握在闭区间上连续函数的性质,会用它们证明一些简单命题.

(4) 理解初等函数在其定义区间上的连续性,会利用函数的连续性求极限.

二、一元函数微分学

(一) 导数与微分

1. 知识范围

(1) 导数概念

导数的定义　左导数与右导数　函数在一点处可导的充分必要条件　导数的几何意义　可导与连续的关系

(2) 导数的四则运算法则与导数的基本公式

(3) 求导方法

复合函数的求导法　隐函数的求导法　对数求导法

(4) 高阶导数

高阶导数的定义　高阶导数的计算

(5) 微分

微分的定义　微分与导数的关系　微分法则　一阶微分形式不变性

2. 要求

(1) 理解导数的概念及其几何意义,了解可导性与连续性的关系,会用定义求函数在一点处的导数.

(2) 会求曲线上一点处的切线方程与法线方程.

(3) 熟练掌握导数的基本公式、四则运算法则以及复合函数的求导方法.

(4) 掌握隐函数的求导法与对数求导法. 会求分段函数的导数.

(5) 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.

(6) 理解微分的概念,掌握微分法则,了解可微与可导的关系,会求函数的一阶微分.

(二) 导数的应用

1. 知识范围

(1) 洛必达(L'Hospital)法则

(2) 函数单调性的判定法

(3) 函数极值与极值点、最大值与最小值

(4) 曲线的凹凸性、拐点

(5) 曲线的水平渐近线与铅直渐近线

2. 要求

(1) 熟练掌握用洛必达法则求"$\frac{0}{0}$"、"$\frac{\infty}{\infty}$"、"$0 \cdot \infty$"、"$\infty-\infty$"型未定式的极限的方法.

(2) 掌握利用导数判定函数的单调性及求函数的单调增、减区间的方法,会利用函数的单调性证明简单的不等式.

(3) 理解函数极值的概念. 掌握求函数的驻点、极值点、极值、最大值与最小值的方法,会求解简单的应用问题.

(4) 会判定曲线的凹凸性,会求曲线的拐点.

(5) 会求曲线的水平渐近线与铅直渐近线.

三、一元函数积分学

(一) 不定积分

1. 知识范围

(1) 不定积分

原函数与不定积分的定义　不定积分的性质

(2) 基本积分公式

(3) 换元积分法

第一换元法(凑微分法)　第二换元法

(4) 分部积分法

(5) 一些简单有理函数的积分

2. 要求

(1) 理解原函数与不定积分的概念及其关系,掌握不定积分的性质.

(2) 熟练掌握不定积分的基本公式.

(3) 熟练掌握不定积分第一换元法,掌握第二换元法(仅限形如 $\int\sqrt{a^2-x^2}\,dx$, $\int\sqrt{a^2+x^2}\,dx$ 的三角代换与简单的根式代换).

(4) 熟练掌握不定积分的分部积分法.

(5) 掌握简单有理函数不定积分的计算.

(二) 定积分

1. 知识范围

(1) 定积分的概念

定积分的定义及其几何意义　可积条件

(2) 定积分的性质

(3) 定积分的计算

变上限的定积分　牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式　换元积分法　分部积分法

(4) 无穷区间的反常积分

收敛　发散　计算方法

(5) 定积分的应用

平面图形的面积　旋转体的体积

2. 要求

(1) 理解定积分的概念与几何意义,了解可积的条件.

(2) 掌握定积分的基本性质.

(3) 理解变上限的定积分是上限的函数,掌握对变上限定积分求导数的方法.

(4) 熟练掌握牛顿-莱布尼茨公式.

(5) 掌握定积分的换元积分法与分部积分法.

(6) 理解无穷区间反常积分的概念,掌握其计算方法.

(7) 掌握直角坐标系下用定积分计算平面图形的面积以及平面图形绕坐标轴旋转所生成旋转体的体积.

四、多元函数微分学

1. 知识范围

(1) 多元函数

多元函数的定义　二元函数的定义域　二元函数的几何意义

(2) 二元函数的极限与连续的概念

(3) 偏导数与全微分

一阶偏导数　二阶偏导数　全微分

(4) 复合函数与隐函数的偏导数

(5) 二元函数的无条件极值和条件极值

2. 要求

(1) 了解多元函数的概念,会求二元函数的定义域.了解二元函数的几何意义.

(2) 了解二元函数的极限与连续的概念.

(3) 理解二元函数一阶偏导数和全微分的概念,掌握二元函数的一阶偏导数的求法.掌握二元函数的二阶偏导数的求法,掌握二元函数全微分的求法.

(4) 掌握复合函数与隐函数的一阶偏导数的求法.

(5) 会求二元函数的无条件极值和条件极值.

(6) 会用二元函数的无条件极值及条件极值求解简单的实际问题.

五、概率论初步

1. 知识范围

(1) 事件及其概率

随机事件　事件的关系及其运算　概率的古典型定义　概率的性质　条件概率　事件的独立性

（2）随机变量及其概率分布

随机变量的概念　随机变量的分布函数　离散型随机变量及其概率分布

（3）随机变量的数字特征

离散型随机变量的数学期望　方差　标准差

2．要求

（1）了解随机现象、随机试验的基本特点；理解基本事件、样本空间、随机事件的概念．

（2）掌握事件之间的关系：包含关系、相等关系、互不相容（或互斥）关系及对立关系．

（3）理解事件之间并（和）、交（积）、差运算的定义，掌握其运算规律．

（4）理解概率的古典型定义；掌握事件概率的基本性质及事件概率的计算．

（5）会求事件的条件概率；掌握概率的乘法公式及事件的独立性．

（6）了解随机变量的概念及其分布函数．

（7）理解离散型随机变量的定义及其概率分布，掌握概率分布的计算方法．

（8）会求离散型随机变量的数学期望、方差和标准差．

考试形式及试卷结构

试卷总分:150 分

考试时间:150 分钟

考试方式:闭卷,笔试

试卷内容比例:

极限和连续	约 15%
一元函数微分学	约 30%
一元函数积分学	约 32%
多元函数微分学	约 15%
概率论初步	约 8%

试卷题型比例:

选择题	约 27%
填空题	约 27%
解答题	约 46%

试题难易比例:

容易题	约 30%
中等难度题	约 50%
较难题	约 20%